# ECOULEMENT D'UN FLUIDE

## 1- Statique des fluides

### 1.1- Introduction

Par opposition à un solide, un fluide n'a pas de forme propre, on peut le déformer très facilement, contrairement à un solide.

On distingue deux types de fluide:

- Les gaz occupent tout le volume qui est disponible, on peut aussi les comprimer, faire changer leur volume.
- Les liquides ont un volume constant, ils sont incompressibles, il n'est pas possible de faire changer leur volume.

### 1.2- La masse volumique

La masse **m** du fluide mesurée à notre échelle sera la somme des masses des molécules ou atomes composants ce fluide. Elle sera mesurée en kilogramme.

Le volume **V** occupé par un fluide sera mesuré en mètre au cube.

La masse volumique ρ d'un fluide est le coefficient de proportionnalité entre sa masse **m** et son volume **V**.

$$\rho = \frac{m}{V}$$

**ρ: Masse volumique du fluide ($kg/m^3$)**
**m: Masse du fluide (kg)**
**V: Volume du fluide ($m^3$)**

La masse volumique dépend beaucoup de la pression et de la température pour un gaz

Dans le tableau ci-dessous quelques exemples de masses volumique

| Gaz | | Liquides | |
|---|---|---|---|
| Air à 0°C | 1,293 | Eau 20°C | 1000 |
| Air à 20°C | 1,204 | Éthanol 20°C | 789 |
| Hélium à 0°C | 0,178 | Glycérine 20°C | 1260 |

***Remarques:***

- *La masse volumique des liquides est supérieure à celle des gaz.*
- *La masse volumique dépend de la température (elle diminue lorsque la température augmente).*

### 1.3- La température

La température d'un gaz ou d'un liquide que l'on mesure représente l'énergie cinétique moyenne que possèdent les entités composant ce fluide et qui ont un mouvement d'agitation permanent. Si la température augmente, cela signifie qu'au niveau microscopie, les entités ont acquis plus d'énergie cinétique.

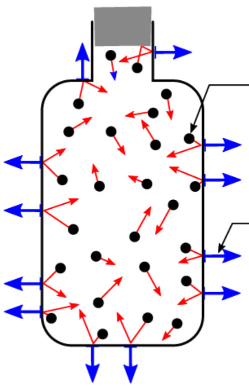
Par exemple, à température ambiante, les molécules de gaz de l'atmosphère, diazote $N_2$ et dioxygène $O_2$, ont une vitesse d'environ $v = 500\ m.s^{-1}$. Si la température augmente, cette vitesse augmente aussi.

La température, notée **T**, est une grandeur macroscopique liée à l'agitation des particules qui a lieu à l'état microscopique. Elle s'exprime en en kelvins:

$$T\ (\text{en K}) = \theta\ (\text{en °C}) + 273{,}15$$

### 1.4- La pression

Un fluide exerce une pression sur les parois du récipient où il est enfermé, car au niveau microscopique, les entités qui le composent un mouvement d'agitation permanent et viennent frapper les parois qui subissent en retour une force.




La pression, notée **P**, est définie en tout point du fluide. Elle traduit la poussée que le fluide exerce sur les parois du récipient du fait des chocs répétés des molécules contre les parois.

On utilise différentes unités de pression:

- En sciences: le pascal (Pa)
- En météorologie: l'hectopascal (1 hPa = 100 Pa)
- En plongée sous-marine: le bar (1 bar = $10^5$ Pa)

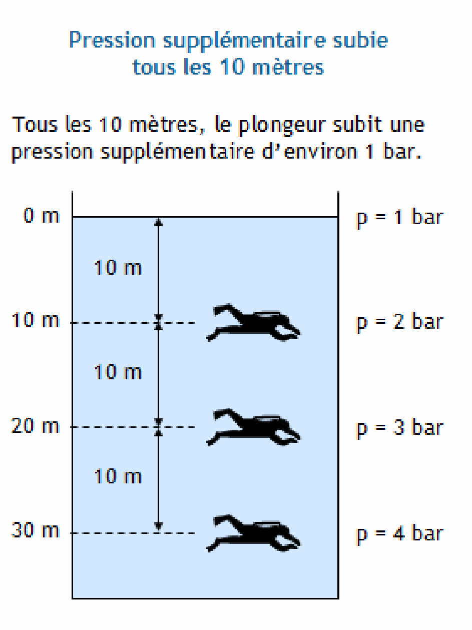
Dans le vide absolu la pression a une valeur de $P_{vide} = 0\ Pa$.

La pression absolue $P_{abs}$ est la pression mesurée par rapport au vide.

La pression atmosphérique au niveau de la mer dans des conditions normales a une valeur de $P_{atm}$ **= 1013 hPa** environ.

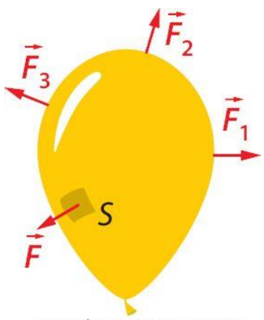
La pression hydrostatique $P_{hydro}$ est la part de la pression due uniquement à la pression exercée par l'eau. Il s'agit d'une pression relative mesurée par rapport à la pression atmosphérique.

Par exemple, à la surface de l'eau, le plongeur est à la pression atmosphérique (**P = 1 bar**) et la pression hydrostatique augmente avec la profondeur. Elle augmente de **1 bar** tous les **10 m**.




## 1.5- Force de pression

La force pressante exercée par n'importe quel fluide (liquide ou gaz) sur une paroi avec laquelle il est en contact est toujours perpendiculaire à cette paroi (direction de la force) et dirigée vers l'extérieur (sens de la force).



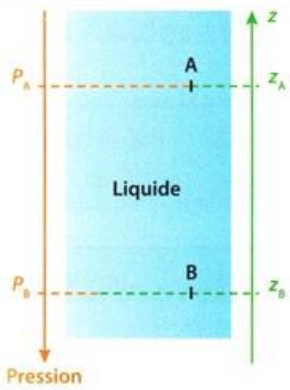

L'intensité de la force pressante est donnée par la relation:

| | |
|---|---|
| $F = P.S$ | **F: Force pressante (N)**<br>**P: Pression du fluide (Pa)**<br>**S: Surface ($m^2$)** |

## 1.6- Loi fondamentale de la statique des fluides

La loi fondamentale de la statique des fluides s'applique aux fluides incompressibles (donc aux liquides) et au repos.

La différence de pression $\Delta P = P_B - P_A$ entre deux points A et B du fluide séparés par une hauteur $h = z_A - z_B$ est donnée par la relation:

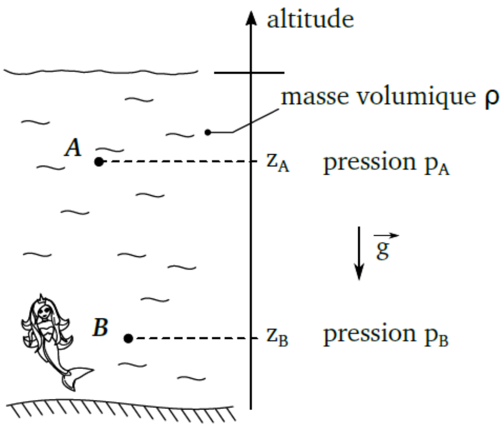



$$\Delta P = P_B - P_A = \rho.g.h = \rho.g.(z_A - z_B)$$

**$\Delta P$: Différence de pression (Pa)**
**$P_A$: Pression au point A (Pa)**
**$P_B$: Pression au point C (Pa)**
**$\rho$: Masse volumique du fluide (kg/m3)**

**g: Intensité de la pesanteur (9,81 N/kg)**
**h: Hauteur entre les points A et B (m)**
**$z_A$: Altitude du point A (m)**
**$z_B$: altitude du point B (m)**

Si le point **B** se trouve à une profondeur supérieure à celle du point **A**, la pression $P_B$ au point **B** sera supérieure à la pression $P_A$ au point **A**. La pression $P_B$ au point **B** sera donc donnée par la relation:




$$P_B = P_A + \rho.g.h = P_A + \rho.g.(z_A - z_B)$$

Par exemple dans de l'eau de masse volumique **$\rho$ = 1000 kg/m$^3$**, la pression à une profondeur de **h = 10 m** augmentera d'une valeur $\Delta P$:

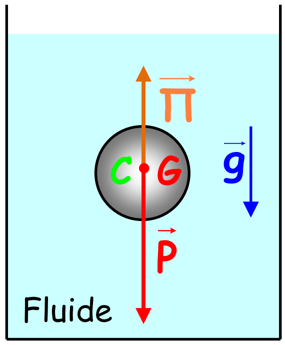
$$\Delta P = P_B - P_A = \rho.g.h = 1000 \times 9,81 \times 10 = 98100 \text{ Pa} = 981 \text{ hPa}$$

## 2- La poussée d'Archimède

### 2.1- Expression vectorielle

La surface d'un solide immergé dans un fluide (liquide, gaz) est constamment "frappée" par les molécules de ce fluide. Ces chocs sont à l'origine de la poussée d'Archimède.

La poussée d'Archimède est une force de contact répartie sur la surface de contact solide-fluide.




On la représente par un vecteur $\vec{\Pi}$ qui possède:

- Une origine: le centre d'inertie ***C*** du volume de fluide déplacé.
- Une direction: la verticale passant par ***C***.
- Un sens: du bas vers le haut.
- Une valeur égale au poids du fluide déplacé.

**La poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$ exercée par un fluide de masse volumique $\rho_{fluide}$ s'écrit:**

$$\vec{\Pi} = -\rho_{fluide}.V.\vec{g}$$

| | |
|---|---|
| $\Pi$: | **Poussée d'Archimède (N)** |
| $\rho_{fluide}$: | **masse volumique du fluide (kg.m$^{-3}$)** |
| **V**: | **Volume de fluide déplacé (m$^3$)** |
| **g**: | **Intensité de la pesanteur (N.kg$^{-1}$)** |

**Remarque:** Le centre d'inertie ***C*** du volume de fluide déplacé peut être différent du centre d'inertie ***G*** du solide. C'est le cas, notamment, si le solide n'est que partiellement immergé dans le fluide ou s'il n'est pas homogène. Par contre, dans le cas fréquent d'un solide homogène totalement immergé dans le fluide, le centre d'inertie ***C*** du volume de fluide déplacé est confondu avec le centre d'inertie ***G*** du solide.

### 2.2- Origine

Sur chaque portion de la surface d'un corps immergé dans un fluide le fluide exerce une force pressante perpendiculaire à cette surface.

**La poussée d'Archimède est la somme des forces pressantes exercée par un fluide repos sur la partie immergée d'un corps solide ou fluide**

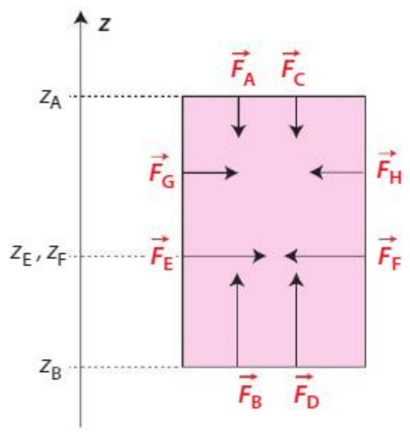
La loi fondamentale de la statique des fluides s'écrit:

$$P_A - P_B = \rho_{fluide}.g.(z_A - z_B)$$

En deux positions **A** et **B** de coordonnées verticales $z_A$ et $z_B$, avec $z_B < z_A$, cette loi implique que $P_B > P_A$.

On en déduit, d'après l'expression de la valeur d'une force pressante **F = P.S**, que pour une même surface **S** on ait $F_B > F_A$.

En deux positions **E** et **F** de même coordonnées verticales, les forces pressantes $\overrightarrow{F_E}$ et $\overrightarrow{F_F}$ se compensent




La somme des forces pressantes exercées sur le solide est donc vertical vers le haut. Ce résultat se généralise quel que soit la forme du solide et pour tout fluide

**Dans un fluide au repos la différence de pression entre les parties inférieures et supérieures d'un corps immergé, solide ou fluide, est à l'origine de la poussée d'Archimède.**

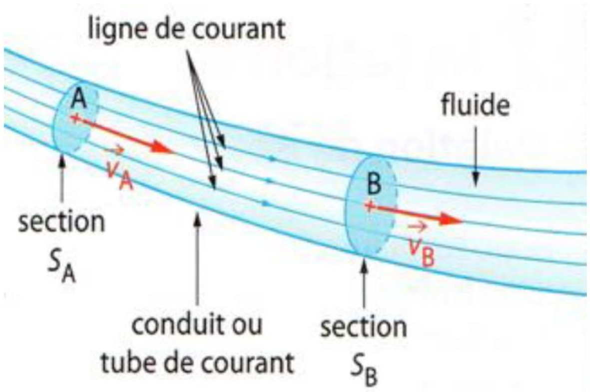
## 3- La conservation du débit volumique

### 2.1- Régime permanent indépendant du temps

L'écoulement d'un fluide est modélisé par des lignes de courant.

Ces lignes représentent les trajectoires des particules du fluide en mouvement.

**On dit qu'un fluide s'écoule en régime permanent (ou stationnaire) lorsque les lignes de courant n'évoluent pas au cours du temps: le vecteur vitesse $\vec{v}$ en un point quelconque du fluide est constant au cours du temps.**



### 2.2- Débit volumique

**Le débit volumique $D_v$ d'un fluide représente le volume de fluide qui traverse une section S par unité de temps:**

$$D_v = \frac{V}{\Delta t}$$

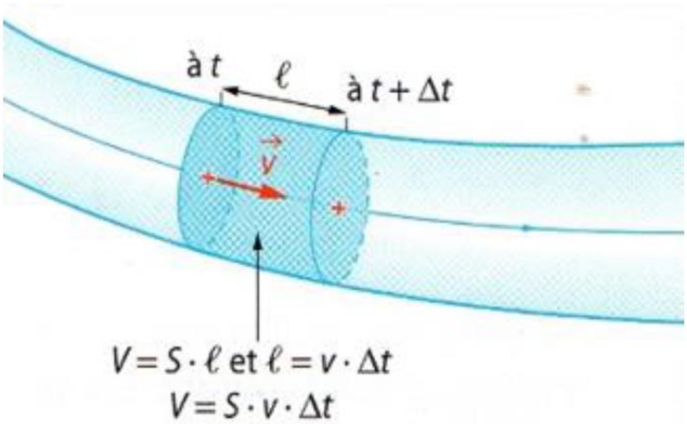
**$D_V$: Débit volumique ($m^3.s^{-1}$)**
**V: Volume de fluide traversant la section S ($m^3$)**
**$\Delta t$: Durée (s)**

Par exemple, chaque jour la Loire rejette environ un volume **$V = 80.10^6$ m³** d'eau dans l'océan. Son débit volumique **$D_v$** est donc:

$$D_v = \frac{V}{\Delta t} = \frac{80.10^6}{24\times3600} = 9{,}30.10^2\ m^3.s^{-1}$$

Pendant la durée **$\Delta t$**, le fluide qui traverse une section **S** parcourt, dans le tube qui le contient, la distance **$\ell$**, avec une vitesse **v**. Le volume **V** de fluide écoulé à travers la section **S** est:

$$V = S\ .\ \ell$$




Donc le débit volumique du fluide peut s'écrire:

$$D_v = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S\ .\ \ell}{\Delta t} = S\ .\ v$$

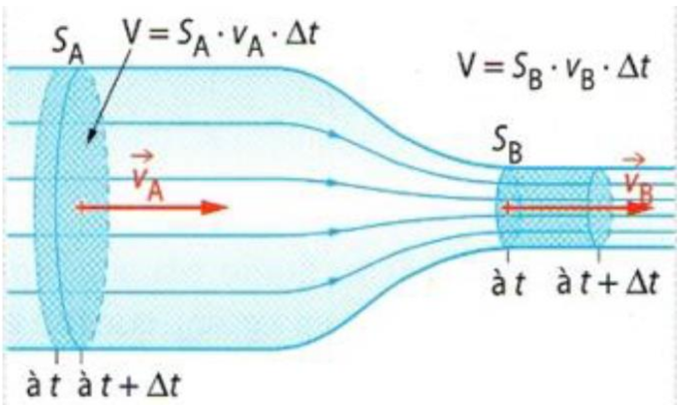
**Remarque:** En régime permanent, le débit volumique d'un fluide est constant au cours du temps.

### 2.3- Fluide incompressible

**En régime permanent, il y a conservation du début volumique pour un fluide incompressible le long d'un écoulement:**

$$D_v = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S\ .\ \ell}{\Delta t} = S\ .\ v = Cte$$

Par conséquent, plus la section d'un tube est étroite, plus la vitesse du fluide est élevée.



Par exemple, la vitesse d'écoulement de l'eau est triplée lorsque l'aire de la section d'un tuyau d'arrosage est divisée par **3**.

En effet, si $\frac{S_A}{S_B} = 3$ alors $v_B = \frac{S_A}{S_B}.v_A = 3.v_A$.

# 3- La relation de Bernoulli

## 3.1- Enoncé

**Pour l'écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent sans frottements, le long d'une ligne de courant, la relation de Bernoulli s'écrit:**

$$P + \rho.g.z + \frac{1}{2}.\rho.v^2 = Cte$$

**P: Pression du fluide (Pa)**
**ρ: Masse volumique du fluide ($kg.m^{-3}$)**
**g: Intensité du champ de pesanteur ($m.s^{-2}$)**
**z: Altitude du point du fluide (m)**
**v: Vitesse du point du fluide ($m.s^{-1}$)**

**La relation de Bernoulli relie en toute position du fluide appartenant à une même ligne de courant, la pression P, la vitesse v et l'altitude z de la position.**

La relation de Bernoulli traduit la conservation de l'énergie totale d'un fluide le long d'une ligne de courant.

Elle permet d'interpréter le comportement des fluides dans de nombreux domaines:

- Les écoulements sanguins en médecine.
- Le mouvement des masses d'air et d'eau en géophysique.
- Les flux d'air en aéronautique.
- L'écoulement de l'eau dans les réseaux d'alimentation.

Dans le cas d'un fluide au repos, la vitesse **v** de chaque point du fluide est nulle. La relation s'écrit alors:

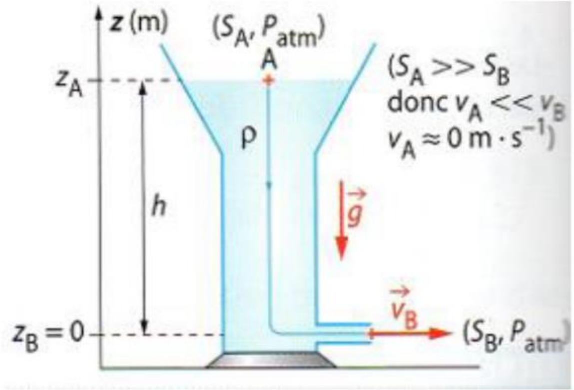
$$P + \rho.g.z + \frac{1}{2}.\rho.v^2 = P + \rho.g.z = Cte$$

On retrouve la loi fondamentale de la statique des fluides.

Par exemple, la vitesse de l'eau en sortie du robinet d'une installation domestique alimentée par un château d'eau peut être estimée à partir de la relation de Bernoulli.

Considérons pour cela un château d'eau contenant une hauteur d'eau de **h = 10 m**.

On aura:




$$P_A + \rho.g.z_A + \frac{1}{2}.\rho.v_A^2 = P_B + \rho.g.z_B + \frac{1}{2}.\rho.v_B^2$$

Comme:

$$P_A = P_B = P_{atm}$$

Alors:

$$P_{atm} + \rho.g.h + 0 = P_{atm} + 0 + \frac{1}{2}.\rho.v_B^2$$

Soit:

$$\rho.g.h = \frac{1}{2}.\rho.v_B^2$$

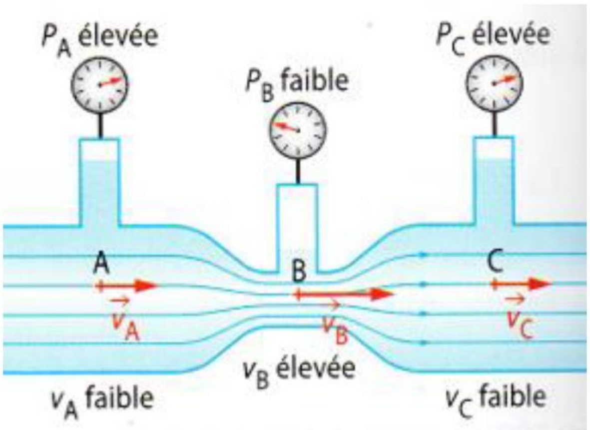
On en déduit la vitesse $v_B$ du fluide à la sortie du robinet:

$$v_B = \sqrt{2.g.h} = \sqrt{2\times 9,8\times 10} = 14 \text{ m.s}^{-1}$$

### 3.2- Effet Venturi

**Pour un écoulement en régime permanent, la pression P d'un fluide diminue lorsque sa vitesse v augmente (et inversement).**

Dans le cas d'un conduit horizontal on a $z_A = z_B$ et la relation de Bernoulli s'écrit:




$$P_A + \frac{1}{2}.\rho.v_A^2 = P_B + \frac{1}{2}.\rho.v_B^2$$

D'où:

$$P_A - P_B = \frac{1}{2}.\rho.(v_B^2 - v_A^2)$$

Donc, si $v_B > v_A$ alors $P_B < P_A$.